



Forblad

Om beregning af Træspærfag

A.WaagePetersen

Tidsskrifter

BSM 19-1 Bygningsstatistiske Meddelelser

1948

OM BEREGNING AF TRÆSPÆRFAG

AF A. WAAGEPETERSEN

Træspærfag af den simple Type bestaaende af to Spær med et Hanebaand og eventuelt understøttet af en Trempel bliver som bekendt almindeligvis dimensioneret udelukkende paa Grundlag af de nedarvede Erfaringer, saaledes som disse har bundfældet sig i de forskellige Bygningsvedtægter rundt om i Landet.

Som det er paavist af Civilingeniør *J. A. Laursen* ved et Foredrag den 26. Februar 1947 i Selskabet for Bygningsstatik, er dette Grundlag ikke tilstrækkelig rationelt, fordi Bygningsvedtægterne stiller højst forskellige Krav rundt om i Kommunerne, ofte uden paaviselig Aarsag.

I det følgende findes angivet de nødvendige Formler til Bestemmelse af Spændingerne i de omhandlede Tagværker. Formlerne, som er meget nøjagtige, tjener til Bestemmelse af Knudepunktsmomenter og Reaktionen, og de er udformet saaledes, at de bekvemt lader sig benytte i Forbindelse med f. Eks. Belastningsforskrifterne af 1946, DS 410.

Spærfagene er alle paaregnet understøttet alene ved to Charnierer. Saafremt Forskydning af Hanebaandet i vandret Retning er forhindret ved Tværskillevægge i Forbindelse med Hanebaandsloft, vil de for Virkningerne af usymmetrisk Belastning angivne Formler derfor give ukorrekte Resultater.

De ved Formlernes Udledning anvendte Metoder er følgende:

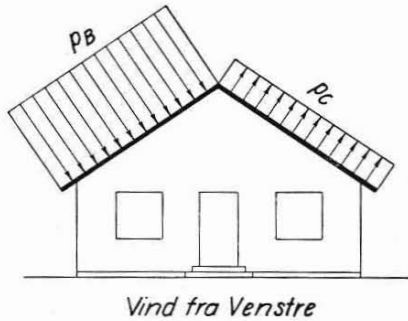
1. Opdeling af Belastningerne.

Behandles en vilkaarlig usymmetrisk Belastning paa et symmetrisk Tagværk, kan det være fordelagtigt at opfatte Belastningen som en Sum af to Belastninger, en symmetrisk og en omvendt symmetrisk Belastning, jfr. *Chr. Nøkkentved*: Teknisk Statik I § 39 b.

Idet Hanebaandstrykket for den omvendt symmetriske Belastning bliver Nul, kommer denne Belastning til at virke paa en statisk bestemt Konstruktion. Dette gælder for enhver forekommende omvendt symmetrisk Belastning og for alle de i det følgende omtalte Typer af Spærfag.

Ligeledes er den vandrette Komponent af Kraftpaavirkningen mellem Spærene i Kippen for en omvendt symmetrisk Belastning altid Nul. Vindtryk kan for Eksempel opdeles som vist paa Fig. 1.

Den givne
Belastning.



De to Delbelastninger:

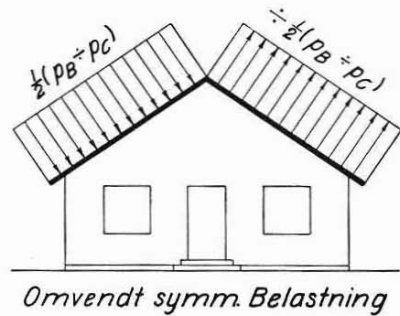
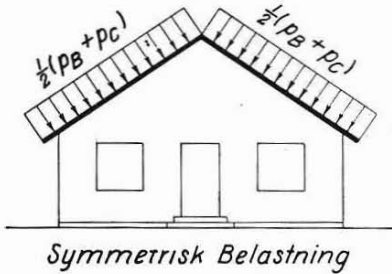


Fig. 1.

2. Omformning af Vindtryk til lodret Belastning samt Enkeltkraft i Spærets Retning.

Det forudsættes, at et Tagspær paavirkes af Vindtrykket p_b kg pr. lb. m. Spær. Tilføjes nu en lodret opadrettet Belastning $p'_b = \frac{1}{\cos^2 v} p_b$ kg pr. lb. m. af Spærets Projection, hvor v er Taghældningen, saa vil Resultanten netop følge Spærets Retning. Vi kan derfor tilvejebringe Ligevægt ved at tilføje en ligesaa stor og modsat rettet Enkeltkraft.

Belastningen p'_b + Enkeltkraften vil derfor medføre de samme Reaktionen som den givne Belastning p_b og de samme Momenter i Spærene, blot med modsat Fortegn.

Idet Konstruktionen er symmetrisk, kan Princippet benyttes til Omformning af de i Fig. 1 viste to Delbelastninger, saaledes at de til hver Delbelastning svarende to omformede Belastninger — den paa højre

Spær og den paa venstre Spær — tages under eet som en symmetrisk henholdsvis omvendt symmetrisk Belastning.

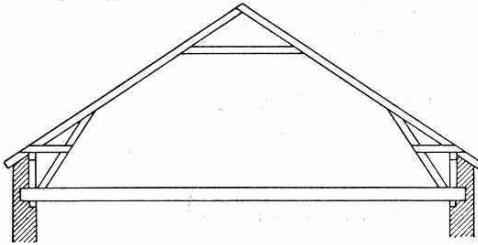
Ved Behandling af de omtalte Spærfag ved Hjælp af de her omtalte to Metoder, bliver den Vanskelighed, som ligger i, at Konstruktionen er statisk ubestemt, reduceret til Bestemmelse af den overtallige for symmetrisk, lodret Belastning alene.

Ved den overtalliges Bestemmelse er gjort den Tilnærmelse, at de Deformationer, som skyldes centrale Normalkræfter eller Transversalkræfter, paaregnes at være uvæsentlige, og der er derfor kun taget Hensyn til Bøjningen af selve Spærene.

A. Trempelspærfag.

Der ses bort fra den afstivende Virkning af Murværk over Understøtningspunkterne 0 og 6.

Trempelspærfag.



Systemskitse:

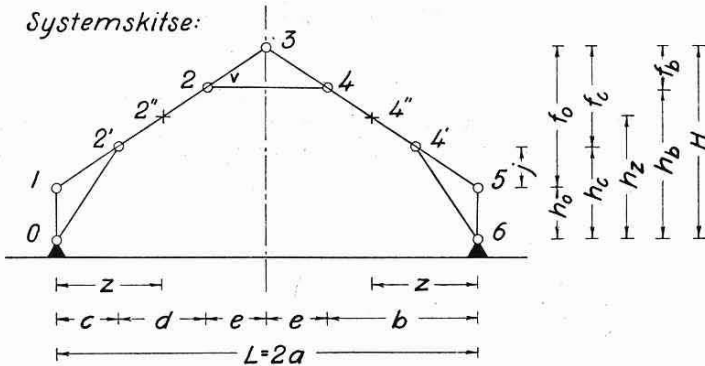


Fig. 2.

1. Symmetrisk lodret Knudepunktsbelastning.

Knudepunktsbelastningerne: $Q_1 = Q_5$, $Q_2' = Q_4'$, $Q_2 = Q_4$ og Q_3 .

Betingelsen for, at der ikke optræder Bøjningspaavirkninger i Spærene, kan skrives

$$Q_{2'} = \frac{h_0}{j} \left(Q_2 + \frac{1}{2} Q_3 \right). \quad (1)$$

Er denne Betingelse ikke opfyldt, vil Belastningen følgelig fremkalde de samme Momenter i Spærene, som fremkaldes af to lodrette Kræfter af Størrelsen

$$Q_{2'} = \frac{h_0}{j} \left(Q_2 + \frac{1}{2} Q_3 \right)$$

symmetrisk anbrag i Punkterne 2' og 4'. Heraf kan atter sluttes, at Momentnulpunkterne vil være de samme for enhver symmetrisk, lodret Knudepunktsbelastning. Det kan iøvrigt tilføjes, at man finder de samme Momentnulpunkter selv om Kræfterne ikke er lodrette — de skal blot være symmetriske.

Monumentalpunkterne, som kaldes 2'' og 4'', kan bestemmes ved Hjælp af Ligningen

$$\frac{\text{Længden } 2-2''}{\text{Længden } 2''-2'} = \frac{\varnothing}{n}. \quad (2)$$

hvorved z og h_z kan bestemmes (se Fig. 2).

De i (2) indgaaende Hjælpestørrelser \varnothing og n beregnes af

$$\left. \begin{aligned} \varnothing &= c \cdot h_c + d \left(h_c + \frac{1}{2} h_b \right) \\ n &= e \cdot h_b + d \left(h_b + \frac{1}{2} h_c \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Udledelsen af Ligningerne (3) er vist i Appendixet.

Herefter ses det, at den omhandlede lodrette, symmetriske Knudepunktsbelastning vil medføre følgende Reaktionen og Momenter:

$$\left. \begin{aligned} R_L &= \frac{1}{2} \sum Q \\ R_V &= \frac{c}{h_z} \cdot Q_{2'} + \frac{z}{h_{z_*}} \cdot \left(Q_2 + \frac{1}{2} Q_3 \right) \\ M_2 = M_4 &= (h_b - h_z) \cdot \frac{c}{h_z} \cdot \left[\frac{h_0}{j} \left(Q_2 + \frac{1}{2} Q_3 \right) - Q_{2'} \right] \\ M_{2'} = M_{4'} &= -\frac{n}{\varnothing} \cdot M_2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

R_V regnes positiv indefter.

2. Direkte Belastning.

2 a. Symmetrisk, jævnt fordelt, lodret Belastning.

Belastning: q kg pr. lb. m. af Spærfagets Projection.

Reaktioner og Momenter bestemmes af:

$$\left. \begin{aligned} R_L &= \frac{1}{2} q \cdot L \\ R_V &= q \cdot r \\ M_2 &= M_4 = q \cdot m_b \\ M_2' &= M_4' = q \cdot m_c \end{aligned} \right\} (5)$$

De i Ligningerne (5) indgaaende Koefficienter r , m_b og m_c bestemmes af

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1}{2 h_z} \cdot [z \cdot (d + 2e) + b \cdot c] + r_m \\ m_b &= (h_b - h_z) \cdot s_m - h_b \cdot r_m \\ m_c &= -(h_z - h_c) \cdot s_m - h_c \cdot r_m \end{aligned} \right\} (6)$$

De heri forekommende Størrelser r_m og s_m bestemmes af

$$\begin{aligned} r_m &= \frac{h_c \cdot c^3 + h_b \cdot e^3 + (h_b + h_c) \cdot d^3}{8 h_z (\varnothing + n)} \quad \text{og} \\ s_m &= \frac{1}{2 h_z} \cdot \left[\frac{h_o}{\text{tg } v} \cdot (d + 2e) - b \cdot c \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Vedrørende Hjælpestørrelserne \varnothing , n , z og h_z : Se ovenfor, Ligningerne (2) og (3).

De tre Formler (6) har alle, som det ses, to Led. Det første Led er dannet ved Hjælp af Ligningerne (4), idet der er regnet med en indirekte virkende Belastning $q = 1$. Det andet Led er et Korrektionsled, hvis Tilstedeværelse skyldes, at Belastningen virker direkte.

Vedrørende Uddedelsen af Ligning (7): Se Appendixet.

Ved Hjælp af de forud angivne Metoder findes herefter:

2 b. Snetryk paa Tagets venstre Side.

Belastning: p_s kg pr. lb. m af Spærets Projection.

$$\begin{aligned} R_{0L} &= \frac{3}{8} p_s \cdot L \\ R_{6L} &= \frac{1}{8} p_s \cdot L \\ R_V &= \frac{1}{2} p_s \cdot r \end{aligned}$$

$$M_2 = \frac{1}{2} p_s \cdot \left(m_b + \frac{1}{2} b \cdot e \right)$$

$$M_4 = \frac{1}{2} p_s \cdot \left(m_b - \frac{1}{2} b \cdot e \right)$$

$$M_{2'} = \frac{1}{2} p_s \cdot \left(m_c + c \cdot \frac{d+e}{2} \right)$$

$$M_{4'} = \frac{1}{2} p_s \cdot \left(m_c - c \cdot \frac{d+e}{2} \right).$$

2 c. Vind fra venstre.

Vindtryk paa Vindsiden: p_b kg pr. lb. m Spær,

Vindtryk paa Læsiden: p_c - - - - - ,

p_c er altid negativ.

$$\frac{1}{2} (R_{0L} + R_{6L}) = \frac{1}{4} (p_b + p_c) \cdot L$$

$$\frac{1}{2} (R_{0L} - R_{6L}) = \frac{1}{4} (p_b - p_c) \cdot \left[\frac{L}{2} - (H + h_o) \cdot \operatorname{tg} v \right]$$

$$\frac{1}{2} (R_{0V} + R_{6V}) = \frac{1}{2} (p_b + p_c) \cdot \left(\frac{r}{\cos^2 v} - \frac{z}{h_z} \cdot f_o \cdot \operatorname{tg} v \right)$$

$$\frac{1}{2} (R_{0V} - R_{6V}) = -\frac{1}{2} (p_b - p_c) \cdot f_o$$

$$\frac{1}{2} (M_2 + M_4) = \frac{1}{2} (p_b + p_c) \cdot \left[\frac{m_b}{\cos^2 v} - \frac{h_o \cdot f_o}{h_z} (h_b - h_z) \right]$$

$$\frac{1}{2} (M_2 - M_4) = \frac{1}{4} (p_b - p_c) \cdot \left[b \cdot e + f_b \cdot (h_b + h_o) \right]$$

$$\frac{1}{2} (M_{2'} + M_{4'}) = \frac{1}{2} (p_b + p_c) \cdot \left[\frac{m_c}{\cos^2 v} + \frac{h_o \cdot f_o}{h_z} \cdot (h_z - h_c) \right]$$

$$\frac{1}{2} (M_{2'} - M_{4'}) = \frac{1}{4} (p_b - p_c) \cdot \left[c \cdot (d + e) + f_c \cdot (h_c + h_o) \right].$$

Sidstnævnte 8 Ligninger adderes eller subtraheres parvis.

3. Indirekte virkende Belastning.

Saafernt Tagbeklædningen er af en saadan Art, at de under A 2 omtalte Fladebelastninger overføres til Spærfagets Knudepunkter ved Aase

og saaledes, at hvert Knudepunkt herved paavirktes af den halve Belastning fra hvert af de tilstødende Fag, kan de samme Formler ogsaa anvendes. Man skal blot for Størrelsen r_m indføre Værdien Nul. Der skal i saa Fald være Aas ikke blot i Hanebaandsknudepunktet men ogsaa i Skraastiverknudepunktet.

Det maa fraraades uden videre at se bort fra r_m undtagen i det her anførte Tilfælde, da Størrelsen kan have stor Betydning, — f. Eks. for Hanebaandstrykket.

Ligevægtsbetingelsen (1) er, saafremt hele Belastningen (q) hidrører fra Tagfladerne, ensbetydende med

$$h_b \cdot h_c = h_o \cdot (H + f_o).$$

Er desuden Hanebaandet belastet med $k \cdot q$ kg pr. lb. m, vil Ligevægtsbetingelsen være opfyldt, saafremt

$$h_b \cdot h_c - 2k \cdot f_b \cdot h_o = h_o \cdot (H + f_o).$$

4. Vi gaar dernæst over til at betragte det Tilfælde, hvor der kun er Skraastivere i hvert andet eller tredje Spærfag.

De Spærfag, som ikke har Skraastivere, beregnes som almindelige Spærfag uden Trempel. Horizontalreaktionerne fra disse Spærfag regnes ved Hjælp af Hovedstykket overført til Skraastiverspærfagene som de vandrette Kræfter V_1 og V_5 i Knudepunkterne 1 og 5. Positiv Retning: Udefter. Fremgangsmaaden forudsætter, at Tagbeklædningen ikke overfører Kræfter imellem Spærfagene, hvilket naturligvis i sig selv er en temmelig grov Tilnærmelse. Spørgsmaalet, i hvor høj en Grad der kan tages Hensyn til den afstivende Virkning af Tagbeklædningen, er imidlertid saa vidt vides ikke afklaret.

De Bidrag, som Kræfterne V_1 og V_5 giver til Reaktionen og Momenter i Skraastiverspærfagene, bestemmes af følgende Ligninger, som er udledt ved Hjælp af Opdelingsmetoden.

$$R_{0L} = -R_{6L} = (V_1 - V_5) \cdot \frac{h_o}{L}$$

$$\frac{1}{2}(R_{0V} + R_{6V}) = \frac{1}{2}(V_1 + V_5) \cdot \frac{h_z - h_o}{h_z}$$

$$\frac{1}{2}(R_{0V} - R_{6V}) = \frac{1}{2}(V_1 - V_5)$$

$$\frac{1}{2}(M_2 + M_4) = \frac{1}{2}(V_1 + V_5) \cdot \frac{h_o}{h_z} \cdot (h_b - h_z)$$

$$\frac{1}{2}(M_2 - M_4) = -(V_1 - V_5) \cdot \frac{h_o}{L} \cdot e$$

$$\frac{1}{2}(M_2' + M_4') = -\frac{1}{2}(V_1 + V_5) \cdot \frac{h_o}{h_z} \cdot (h_z - h_c)$$

$$\frac{1}{2}(M_2' - M_4') = -(V_1 - V_5) \cdot \frac{h_o}{L} \cdot (e + d)$$

Sidstnævnte 6 Ligninger adderes eller subtraheres parvis.

B. Trempelspærfag med Skraastivere, som naar Hanebaandsknudepunktet.

De lodrette Reaktionskomponenter bestemmes ogsaa for denne Spærfagstype ved Hjælp af de under A angivne Formler.

*Trempelspærfag med Skraastivere;
som naar Hanebaandsknudepunktet.*

Systemskitse:

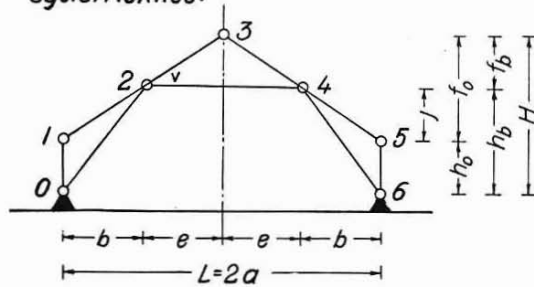


Fig. 3.

$$\text{Hjælpestørrelser: } m_b = -\frac{b \cdot e + (b - e)^2}{8}$$

$$r = \frac{1}{h_b} \left(b \cdot \frac{L - b}{2} - m_b \right).$$

I det under A 3 omhandlede særlige Tilfælde sættes $m_b = 0$.
Vedrørende Betegnelserne q , p_s , p_b og p_c : Se under A 2.

Symmetrisk, jævnt fordelt, lodret Belastning.

$$R_V = q \cdot r$$

$$M_2 = M_4 = q \cdot m_b.$$

Snetryk paa Tagets venstre Side.

$$R_V = \frac{1}{2} p_s \cdot r$$

$$M_2 = \frac{1}{2} p_s \cdot \left(m_b + \frac{1}{2} b \cdot e \right)$$

$$M_4 = \frac{1}{2} p_s \cdot \left(m_b - \frac{1}{2} b \cdot e \right).$$

Vind fra venstre.

$$\frac{1}{2} (R_{0V} + R_{6V}) = \frac{1}{2} (p_b + p_c) \cdot \left(\frac{r}{\cos^2 v} - \frac{j \cdot f_o}{h_b} \right)$$

$$\frac{1}{2} (R_{0V} - R_{6V}) = -\frac{1}{2} (p_b - p_c) \cdot f_o.$$

$$\frac{1}{2} (M_2 + M_4) = \frac{1}{2} (p_b + p_c) \cdot \frac{m_b}{\cos^2 v}$$

$$\frac{1}{2} (M_2 - M_4) = \frac{1}{4} (p_b - p_c) [b \cdot e + f_b (h_b + h_o)].$$

De vandrette Enkeltkræfter V_1 og V_5 . (Se under A 4).

$$\frac{1}{2} (R_{0V} + R_{6V}) = \frac{1}{2} (V_1 + V_5) \cdot \frac{j}{h_b}$$

$$\frac{1}{2} (R_{0V} - R_{6V}) = \frac{1}{2} (V_1 - V_5)$$

$$M_2 = -M_4 = -(V_1 - V_5) \cdot \frac{h_o}{L} \cdot e.$$

De under nærværende og følgende Afsnit angivne Formler kan udledes af de Formler, som er angivet under Afsnit A. De kan ogsaa udledes direkte ved Hjælp af de forud angivne Metoder.

C. Spærfag uden Trempel.

Vedrørende Hjælpestørrelserne m_b og r samt Virkningerne af symmetrisk, jævnt fordelt, lodret Belastning q og af Snetryk p_s paa Tagets venstre Side: Se de under B angivne Former. Betegnelserne R_0 og R_6 ændres til R_1 og R_5 .

Vind fra venstre.

$$R_{5L} = \frac{1}{2} p_c \cdot L + \frac{p_b - p_c}{8 \cos^2 v} \cdot L$$

$$R_{5V} = \frac{1}{2} (p_b + p_c) \cdot \frac{r}{\cos^2 v} - p_c \cdot H$$

$$M_4 = \frac{1}{2 \cos^2 v} \left[m_b \cdot (p_b + p_c) - \frac{1}{2} b \cdot e \cdot (p_b - p_c) \right]$$

samt de analoge Formler for R_{1L} , R_{1V} og M_2 .

Spærfag uden Trepel.

Systemskitse:

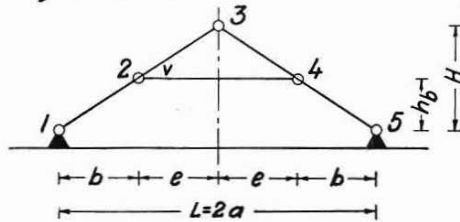


Fig. 4.

De her anvendte Fremgangsmaader, Opdeling og Omformning af usymmetriske Belastninger, vil utvivlsomt være særdeles velegnede til Behandling af ogsaa mere komplicerede Tagkonstruktioner, ligesom det naturligvis er muligt at anvende Metoderne til Bestemmelse af Stangspændinger og Nedbøjninger m. v.

Nærværende Artikel skal ikke opfattes som Indlæg i den Diskussion om de gældende Normer, som Ingeniør Laursen rejste med sit foran nævnte Foredrag.

Appendix.

Udledning af Ligningerne (3), Afsnit A 1.

R_v tages som overtallig.

Belastningen $x_a = -1$ medfører $M_{2'} = h_c$ og $M_2 = h_b$.

Betegnes Spærenes Inertimoment ved I og Elasticitetskoefficienten ved

$$E \text{ findes: } \delta_{aa} \cdot EI \cos v = 2 \left[\frac{1}{3} ch_c^2 + \frac{1}{3} d (h_b^2 + h_c^2 + h_b h_c) + \frac{1}{3} eh_b^2 \right].$$

Ligningen omformes til:

$$\frac{3}{2} \delta_{aa} \cdot EI \cos v = h_c \left[ch_c + d \left(h_c + \frac{1}{2} h_b \right) \right] + h_b \left[eh_b + d \left(h_b + \frac{1}{2} h_c \right) \right].$$

Belastningen $Q_2' = Q_4' = 1$ paa Hovedsystemet medfører $M_2' = M_2 = c$ hvorefter

$$\delta_a \cdot EI \cos v = 2 \left[\frac{1}{3} c \cdot ch_c + \frac{1}{2} d \cdot (ch_c + ch_b) + \frac{1}{3} e \cdot ch_b \right].$$

Ligningen omformes til:

$$\frac{3}{2} \delta_a \cdot EI \cos v = c \cdot \left[ch_c + d \left(h_c + \frac{1}{2} h_b \right) \right] + c \cdot \left[eh_b + d \left(h_b + \frac{1}{2} h_c \right) \right].$$

Da Belastningen $Q_2' = Q_4' = 1$ paa det givne System medfører Momentet 0 i Punkterne 2" og 4" bliver den til Belastningen svarende vandrette Reaktion

$$R_V = \frac{c}{h_z} \quad \text{eller} \quad h_z = \frac{c}{R_V}.$$

Endvidere har man

$$R_V = \frac{\delta_a}{\delta_{aa}} = c \cdot \frac{\left[ch_c + d \left(h_c + \frac{1}{2} h_b \right) \right] + \left[eh_b + d \left(h_b + \frac{1}{2} h_c \right) \right]}{h_c \left[ch_c + d \left(h_c + \frac{1}{2} h_b \right) \right] + h_b \left[eh_b + d \left(h_b + \frac{1}{2} h_c \right) \right]}$$

hvorefter

$$h_z = \frac{h_c \left[ch_c + d \left(h_c + \frac{1}{2} h_b \right) \right] + h_b \left[eh_b + d \left(h_b + \frac{1}{2} h_c \right) \right]}{\left[ch_c + d \left(h_c + \frac{1}{2} h_b \right) \right] + \left[eh_b + d \left(h_b + \frac{1}{2} h_c \right) \right]}$$

hvilket Resultat netop kan udtrykkes ved Ligningerne (2) og (3).

Indføres Størrelserne \varnothing og n i Udtrykket for h_z findes

$$h_z = \frac{h_c \cdot \varnothing + h_b \cdot n}{\varnothing + n} \quad \text{eller} \quad h_c \cdot \varnothing + h_b \cdot n = h_z \cdot (\varnothing + n).$$

Indføres \varnothing og n i Udtrykket for δ_{aa} findes

$$\frac{3}{2} \delta_{aa} \cdot EI \cos v = h_c \cdot \varnothing + h_b \cdot n \quad \text{eller}$$

$$\delta_{aa} \cdot EI \cos v = \frac{2}{3} h_z \cdot (\varnothing + n)$$

hvilket Udtryk der vil blive Anvendelse for i det følgende.

Udledning af Ligning (7), Afsnit A 2.

R_V tages atter som overtallig.

Hovedsystemet belastes med $q = 1$, først direkte virkende og derefter indirekte virkende.

De tilsvarende Værdier af δ_a betegnes $\delta_{a\text{dir}}$ og $\delta_{a\text{ind}}$. $\delta_{a\text{dir}} - \delta_{a\text{ind}}$ betegnes $\delta_{a\text{dif}}$.

I begge Tilfælde findes i Hovedsystemet $M_2' = \frac{1}{2} c(L-c)$ og $M_2 = \frac{1}{2} b(L-b)$ medens Belastningen $x_a = -1$ som før omtalt medfører Knudepunktsmomenterne h_c og h_b .

I Stangen 1—2' findes i den vandrette Afstand x fra Lejet:

$$M_1 = \frac{x}{c} \cdot h_c \quad (x_a = -1)$$

$$M_{\text{dir}} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (L-x) \quad (q = 1, \text{ virker direkte; } x_a = 0)$$

$$M_{\text{ind}} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (L-c) \quad (q = 1, \text{ virker indirekte; } x_a = 0)$$

$$M_{\text{dif}} = M_{\text{dir}} - M_{\text{ind}} = \frac{1}{2} x \cdot (c-x).$$

Det Bidrag, $\delta_{a\text{dif},1-2'}$, som Bøjningen af Stangen 1—2' giver til $\delta_{a\text{dif}}$, findes saaledes:

$$\begin{aligned} \delta_{a\text{dir},1-2'} \cdot EI \cos v &= \int_1^{2'} M_1 \cdot M_{\text{dir}} \cdot dx \\ \delta_{a\text{ind},1-2'} \cdot EI \cos v &= \int_1^{2'} M_1 \cdot M_{\text{ind}} \cdot dx \\ \delta_{a\text{dif},1-2'} \cdot EI \cos v &= \int_1^{2'} (M_1 \cdot M_{\text{dir}} - M_1 \cdot M_{\text{ind}}) \cdot dx \\ &= \int_1^{2'} M_1 \cdot M_{\text{dif}} \cdot dx \\ &= \int_0^c \frac{x}{c} h_c \cdot \frac{1}{2} x (c-x) \cdot dx \\ &= \frac{1}{24} h_c \cdot c^3. \end{aligned}$$

I Stangen 2'—2 findes paa samme Maade i den vandrette Afstand x fra Punkt 2':

$$M_1 = h_c + \frac{x}{d}(h_b - h_c)$$

$$M_{\text{dif}} = \frac{1}{2}x \cdot (d - x).$$

Bøjningen i Stangen medfører:

$$\delta_{a \text{ dif}, 2'-2} \cdot EI \cos v = \int_0^d \left(h_c + \frac{x}{d} h_b - \frac{x}{d} h_c \right) \cdot \frac{1}{2} x (d - x) \cdot dx = \frac{1}{24} (h_b + h_c) d^3.$$

I Stangen 2—3 findes i den vandrette Afstand x fra Punkt 3:

$$M_1 = h_b \cdot \frac{x}{e}$$

$$M_{\text{dif}} = \frac{1}{2} x (e - x).$$

Bøjningen i Stangen medfører:

$$\delta_{a \text{ dif}, 2-3} \cdot EI \cos v = \int_0^e h_b \frac{x}{e} \cdot \frac{1}{2} x (e - x) \cdot dx = \frac{1}{24} h_b \cdot e^3.$$

Ved Summation af de saaledes fundne Bidrag fra de enkelte Dele af begge Spær findes:

$$\delta_{a \text{ dif}} \cdot EI \cos v = \frac{1}{12} h_c \cdot c^3 + \frac{1}{12} h_b \cdot e^3 + \frac{1}{12} (h_b + h_c) \cdot d^3.$$

Herefter findes r_m saaledes:

$$\begin{aligned} r_m &= \frac{\delta_{a \text{ dir}}}{\delta_{aa}} - \frac{\delta_{a \text{ ind}}}{\delta_{aa}} \\ &= \frac{\delta_{a \text{ dif}}}{\delta_{aa}} \\ &= \frac{h_c \cdot c^3 + h_b \cdot e^3 + (h_b + h_c) \cdot d^3}{8 h_z \cdot (\varnothing + n)}. \end{aligned}$$

Summary.

The article treats the conventional wooden roof trusses (Figs. 2, 3 and 4).

Formulas are derived for horizontal reactions (R_H), vertical reactions (R_V) and for moments at joints (M).

The following approximations are assumed:

1. The joints at the supports are considered as hinges.
2. The influence of direct stresses on deformations are neglected.

The loadings investigated are:

1. The vertical concentrated loads Q .
2. The symmetrical, uniformly distributed, vertical load q as projected on a horizontal line.
3. Snow load p_s on the left hand side of the roof as projected on a horizontal line.
4. Wind from the left; wind load p_b on the left hand rafter and p_c on the right hand rafter.
5. The horizontal concentrated loads V_1 and V_5 .

The loads Q , q , p_s , p_b and p_c are counted as positive downwards. The forces V are assumed positive when acting in outward direction.

At first the two methods are described which are used for the derivation of formulas for the effects of unsymmetrical loadings.

Section 1. Dividing of the load into a symmetrical load and a reverse symmetrical load (Fig. 1).

Section 2. Transformation of the wind load on a principal rafter into a vertical load in conjunction with a force in the direction of the rafter.

Section A. The roof truss shown in Fig. 2 is examined for: Symmetrically applied, vertical concentrated loads (1); direct loading (2); indirect loading (3); braces at every other or every third truss (4).

Section B. Roof truss of the type shown in Fig. 3.

Section C. Roof truss as shown in Fig. 4.

Direct and indirect loadings may be treated by the same equations. In the latter case the auxiliary quantities r_m and m_b are equal zero.

Finally, in an appendix, the equations (3) and (7) are derived.